

Série 4a Questions

Question 4a.1 – Rotation of element

Considérer l'état de contraintes indiqué dans la Figure 4a.1.

Déterminer les contraintes normales et de cisaillement après rotation de l'élément d'un angle de:

(a) 25° dans le sens horaire.

(b) 10° dans le sens antihoraire.

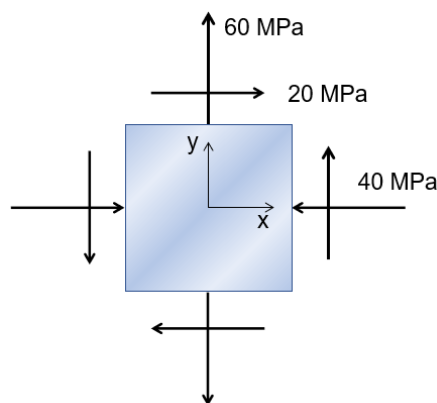


Figure 4a.1 – State of stress on a 2D element

Question 4a.1 - Text in English

Consider the state of stress given in Figure 4a.1.

Determine the normal and shearing stresses after the element shown has been rotated through:

(a) 25° clockwise.

(b) 10° counterclockwise.

Question 4a.2 – Stress and shear in a direction

Le grain d'un élément en bois forme un angle de 15° avec la verticale. Considérer l'état de contrainte illustré à la Figure 4a.2.

- (a) Déterminer la contrainte de cisaillement dans le plan dans la direction parallèle au grain.
- (b) Déterminer la contrainte normale perpendiculaire au grain.

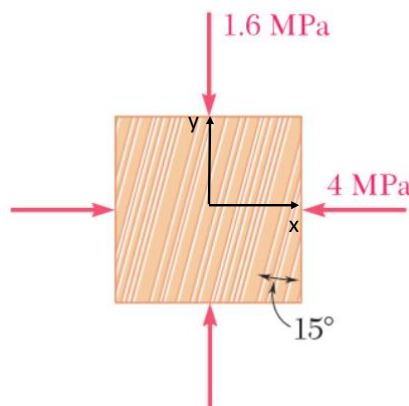


Figure 4a.2 – State of stress on a wooden piece

Question 4a.2 - Text in English

The grain of a wooden member forms an angle of 15° with the vertical. Consider the state of stress shown in Figure 4a.2.

- (a) Determine the in-plane shearing stress parallel to the grain.
- (b) Determine the normal stress perpendicular to the grain.

Question 4a.3 – Transformation of 2D stress

Pour les contraintes illustrées à la Figure 4a.3, déterminer:

- (a) Les contraintes principales.
- (b) Les directions principales.
- (c) La contrainte de cisaillement maximale et l'angle pour cette contrainte de cisaillement maximale.
- (d) Les contraintes exercées sur l'élément obtenu en tournant l'axe de référence de 45° dans le sens antihoraire.
- (e) La densité d'énergie de déformation relative de l'élément avant et après la rotation de 45° (le module de Young et le coefficient de Poisson sont respectivement $E = 200 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.25$).

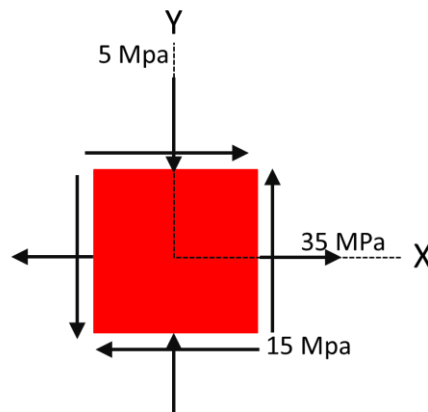


Figure 4a.3 – State of stress on a 2D element

Question 4a.3 - Text in English

For the two-dimensional stress state shown in Figure 4a.3, determine:

- (a) The principal stresses.
- (b) The principal axes.
- (c) The maximum shear stress and the angle for the maximum shear stress.
- (d) The stress components exerted on the element obtained by rotating the reference axis counterclockwise 45° .
- (e) Strain energy density of the element before and after the 45° rotation (Young's modulus and Poisson's ratio are respectively $E = 200 \text{ GPa}$ and $\nu = 0.25$).

Question 4a.4 – Stress transformation in 3D

Pour les contraintes ci-dessous (Figure 4a.4) avec le tenseur de contraintes de $\begin{pmatrix} 22 & 6 & 10 \\ 6 & 13 & 5 \\ 10 & 5 & 5 \end{pmatrix}$ MPa

trouver:

- Les trois contraintes principales et les directions principales.
- La contrainte de cisaillement maximale.
- Calculer la contrainte équivalente de Von Mises.
- Si la contrainte limite élastique est de $\sigma_{yield} = 250$ MPa, calculer le facteur de sécurité (FS_{VM}) à l'aide du critère de Von Mises.

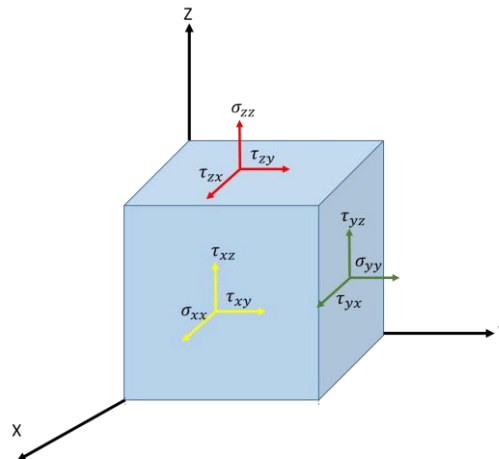


Figure 4a.4 – Stress state on a 3D element

Question 4a.4 - Text in English

For the stress state shown in Figure 4a.4 with the stress tensor of $\begin{pmatrix} 22 & 6 & 10 \\ 6 & 13 & 5 \\ 10 & 5 & 5 \end{pmatrix}$ MPa, determine:

- The three principal stresses and principal axes.
- The maximum shear stress.
- Calculate the Von Mises stress.
- If the yield strength is $\sigma_{yield} = 250$ MPa, calculate the safety factor (SF_{VM}) using Von Mises criterion.

Question 4a.5 – Principal stresses and maximum shear directions

Considérer l'état de contrainte sur un élément comme celui montré ci-dessous (Figure 4a.5).

- Déterminer les directions principales (calculer l'angle entre l'axe 'x' illustré dans la Figure 4a.5 et les directions principales).
- Déterminer les contraintes principales et les dessiner sur un élément orienté dans le système d'axes correspondant aux directions principales.
- Déterminer la direction de contrainte minimale/maximale de cisaillement dans le plan (calculer l'angle entre l'axe des 'x' représenté à la Figure 4a.5 et les axes de contrainte minimale et maximale de cisaillement).
- Déterminer les valeurs de la contrainte maximale de cisaillement dans le plan.
- Déterminer les contraintes normales correspondantes.

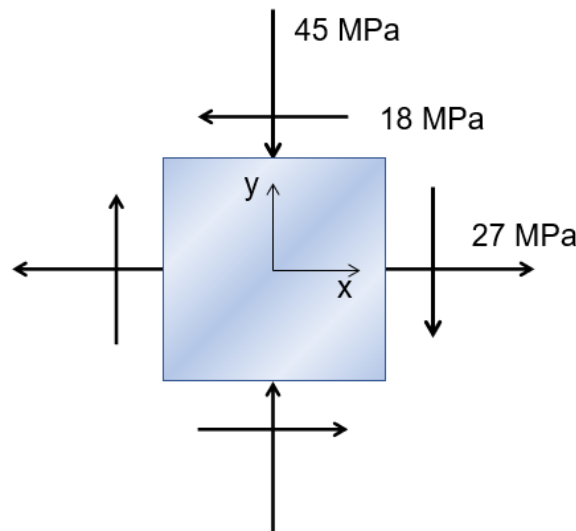


Figure 4a.5 – Stress state on an element

Question 4a.5 - Text in English

Consider the state of stress on an element as given below (shown in Figure 4a.5).

- Determine the principal axes (calculate the angle between the x-axis shown in Figure 4a.5 and the principal axes).
- Determine the principal stresses and draw them on a rotated element.
- Determine the orientation of the axes of minimum/maximum in-plane shearing stress (calculate the angle between the x-axis shown in Figure 4a.5 and the axes of minimum and maximum shear stress).
- Determine the value of the maximum in-plane shearing stress.
- Determine the corresponding normal stresses.

Question 4a.6 – Safety factor and maximal load

Considérer le même état de contrainte que dans l'exercice précédent (4a.5), sauf que la contrainte de cisaillement sur l'élément (τ_{xy}) est inconnue (voir Figure 4a.6). Les autres contraintes restent telles que décrites précédemment ($\sigma_x = 27 \text{ MPa}$, $\sigma_y = -45 \text{ MPa}$). Le matériau auquel cet élément appartient a une contrainte limite d'élasticité de $\sigma_{\text{yield}} = 150 \text{ MPa}$.

À l'aide du critère de Von Mises, déterminer la valeur maximale de τ_{xy} pour laquelle le facteur de sécurité est encore égal ou supérieur à 2.

Indice : considérer que les contraintes principales peuvent être écrites de manière simplifiée comme suit :

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{\text{ave}} \pm R$$

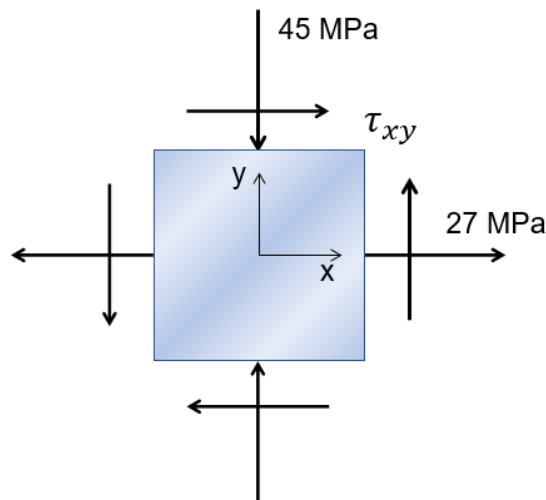


Figure 4a.6 – Stress state on an element with unknown τ_{xy}

Question 4a.6 - Text in English

Consider the same state of stress as in the previous exercise (4a.5), except that the shear stress on the element (τ_{xy}) is unknown (see Figure 4a.6). The other components of the stress (σ_x and σ_y) remain as previously described ($\sigma_x = 27 \text{ MPa}$, $\sigma_y = -45 \text{ MPa}$). The material to which this element belongs has a yield stress of $\sigma_{\text{yield}} = 150 \text{ MPa}$.

Using the Von Mises criterion, determine the maximal value for τ_{xy} for which the safety factor is still equal or above 2.

Hint: consider that the principal stresses can be written in a simplified manner as:

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{\text{ave}} \pm R$$